

СИГНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ВНУТРЕННЕГО ДЕНЕЖНОГО РЫНКА

Для историка или биолога границы периодов исследуемого им объекта часто определены, а длина исследуемых временных промежутков может достигать многих сотен лет, например, периоды правления отдельных групп, развития политических режимов или доминирования вида или климата. В то же время исследователям финансовых рынков и, в особенности, денежного рынка приходится иметь дело со значительно более короткими горизонтами наблюдения и отсутствием формальных или/и общепринятых критериев или сигналов перехода объекта исследования из одного качественного состояния функционирования в другое. В данной работе предлагается подход к сегментированию исторических данных о состоянии денежного рынка и идентификации таких переходных точек. Однако описываемый метод достаточно общий и подходит для изучения более широкого круга объектов таких, как фондовый рынок или рынок труда¹.

Алгоритмические подходы к сегментированию временных рядов были развиты и распространены во многих отраслях наук: медицине (для мониторинга состояния пациента) [(Cohen, 1997), (Tomek, 1974), (Sacks, 1990), (Choudhury, et al., 2010),], компьютерной графике [(Wang, et al., 2011)], гидрологии [(Mishra, et al., 2012)] и других [(Lia, et al., 2011)]². В то же время в прикладной экономической и финансовой литературе, хотя данные сравнительно легкодоступны, более распространены исследования направленные на выявления одной точки, переломного момента или структурного сдвига [(Broemling, et al., 1987), (Andrews, et al., 1996)]³.

Выделение во временном ряде однородных периодов может оказаться полезным в качестве предварительного этапа построения эконометрических моделей, но более важно то, что обработанный ряд позволяет исследователю получить структурированное представление о том, насколько изменчива система (как часто требуется обновление моделей/переоценки коэффициентов) и получить оценки временных координат точек перехода системы между состояниями, для того, чтобы изолировать ключевые события/факторы изменений или, если такие события известны, сформировать представление о длине лагов между событием и его воздействия на систему. С прикладной точки зрения, сегментирование дает возможность построить номинальную переменную (набор переменных) и тестировать предположения о структуре зависимостей между переменными в различные периоды.

Замечательный обзор теоретических основ проблемы сегментирования и близкой проблемы идентификации переломных точек предлагает (Poor, et al., 2009), более прагматичное введение и современный подход к классификации алгоритмов сегментирования раскрыты в работе (Pazzani, 2002). Согласно такой классификации, алгоритмы делятся по принципу сегментирования: «сверху-

¹ Можно утверждать, что, в общем, экономическая история России может быть разделена на периоды, которые являются общепринятыми, однако изменения в уровнях ключевых ненаблюдаемых переменных (потенциальный уровень выпуска или естественный уровень безработицы) могут быть идентифицированы с помощью предлагаемого подхода.

² Заинтересованный читатель должен обратиться к работе (Poor, et al., 2009) за более пространным обзором практических приложений.

³ Хотя есть и исследования, предлагающие применять современные алгоритмы сегментирования к экономическим данным [(Berkes, et al., 2004), (Wong, et al., 2009)].

вниз», «снизу-вверх», «скользящее окно»⁴. С другой стороны, если набор наблюдений зафиксирован для целей исследования, то алгоритм называется «офлайнным»; если алгоритм предполагает поступление новых данных одновременно с сегментированием, то алгоритм называется «онлайнным»⁵. Так классические подходы: «сверху-вниз» и «снизу-вверх» являются офлайнными алгоритмами, а «скользящее окно» - онлайнным.

Настоящее исследование построено следующим образом. В первой части предлагается обзор разновидностей алгоритма сегментирования «сверху в низ» согласно работе (Wong, и др., 2009), и дается многомерная формулировка этого подхода. Кроме того предлагается по аналогии с подходом в работе (Pazzani, 2002) доработать алгоритм с учетом возможности использования его в реальном времени. Во второй части работы, предлагается обзор индикаторов, которые, как представляется, способны идентифицировать переходы объекта исследования между качественными состояниями. В данном случае, мы рассматриваем систему денежного рынка, прежде всего, с точки зрения денежных властей, уделяя особое внимание стоимости заимствования, стабильности денежного рынка, индикаторам неопределенности и кредитного риска. По той же причине в качестве основного индикатора стоимости заимствования используется ставка RUONIA⁶, несмотря на то, что рынок депо является лишь частью денежного рынка (наряду с рынками репо и своп). Так же во второй части предлагаются результаты применения подходов к идентификации сегментов исторической динамики показателей.

Выше приведены потенциальные пути использования результатов офлайн версии алгоритма, однако стоит отметить потенциально интересные приложения и для онлайн версии. К примеру, согласно методике определения лимита на аукционе репо с Банком России, предложение формируется на основе набора прогнозов факторов формирования ликвидности, по аналогии с подходом, которые использует Европейский центральный банк. Данный подход прямо требует предположения об эффективно действующем денежном рынке. Последнее предположение сложно защитить, однако использование формального индикатора состояния (неопределённости, напряжения и рисков) денежного рынка, позволило бы ввести правила для поправок оценок спроса на инструмент рефинансирования регулятора в зависимости от состояния денежного рынка.

Данные для расчета и код Wolfram Mathematica, использованный для получения результатов, доступны по запросу.

Наконец, перед тем как перейти к описанию принципов работы алгоритма следует наметить границы его применения на практике. Данный подход позволяет идентифицировать переломные точки динамики объекта, которая может быть охарактеризована одной или несколькими переменными. С помощью предлагаемого алгоритма возможен как ретроспективный анализ, так и анализ в реальном времени, однако для прогнозирования необходимо использовать другие подходы⁷.

⁴ Кроме перечисленных, в работе (Pazzani, 2002) предлагается авторская комбинация двух последних подходов.

⁵ В настоящей работе не уделяется внимания вычислительной сложности различных алгоритмов сегментирования. Главная причина состоит в том, что объем наблюдений в исследуемой выборке не позволяет обнаружить различия в скорости работы алгоритмов, а частота поступления новых наблюдений делает продолжительность вычисления пренебрежительно малой.

⁶ Согласно официальному сайту www.ruonia.ru, RUONIA является индикативной взвешенной ставкой однодневных кредитов в рублях и отражает стоимость заимствования для надежных российских банков.

⁷ Обзор подходящих моделей доступен в работе (Li, et al., 2003).

АЛГОРИТМ СЕГМЕНТИРОВАНИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Предположим, что состояние денежного рынка рассматривается как набор точек $\mathbb{X} = [X_1, X_2, \dots, X_N]$, где $X_t \in R$ – вектор индикаторов, которые, по мнению наблюдателя, характеризуют состояние рынка, N – количество наблюдений. Алгоритм сегментирования $A(\cdot)$ позволяет получить сегментирование $A(\mathbb{X}) \rightarrow \mathbb{S} = [S_1, S_2, \dots, S_k] = [[X_1, \dots, X_m], \dots, [X_i, \dots, X_N]]$. Алгоритм требует от исследователя двух предположений, которые отражаются в выборе следующих параметров:

- ω – минимальное количество наблюдений внутри сегмента⁸;
- δ – минимальная величина расстояния Дженсена-Шэннона между последовательными сегментами S_i и S_{i+1} , при которой они не считаются различными.⁹

Для того, чтобы сегментировать временной ряд идентифицируем курсор в положении $\tau = \omega$ и рассчитываем расстояние Дженсена-Шэннона между распределениями X на всей последовательности периоде и смесью из двух нормальных распределений справа и слева от курсора:

$$\Delta_\tau = \log \frac{P_2(\tau)}{P_1},$$

здесь $P_1 = \prod_{t=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(X_t - \mu)^2}{2\sigma^2})$ – значение функции правдоподобия для нормального распределения;

$$P_2(t) = \prod_{t=1}^{\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_L^2}} \exp(-\frac{(X_i - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}) \prod_{t=\tau+1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp(-\frac{(X_i - \mu_R)^2}{2\sigma_R^2})$$

$P_2(t)$ – значение функции правдоподобия смеси нормальных распределений справа и слева от курсора¹⁰.

В общем случае, когда ряд $X_t \in R^n$ и $X_t \sim N[M, \Sigma]$ на отдельном сегменте S_i :

$$\Delta_\tau = \log \frac{\prod_{i=1}^{\tau} f(X_i) \prod_{j=\tau+1}^N pdf(X_j)}{\prod_{t=1}^N f(X_t)}, f(X) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp(-\frac{1}{2} (X - M)^T \Sigma^{-1} (X - M))$$

⁸ Количество наблюдений должно быть достаточно для оценки параметров локального распределения X на сегменте. Так для одномерного ряда в предположении о том, что ряд состоит из локальных нормальных распределений достаточно $\omega = 2$; для оценки n -мерной плотности вероятности требуется $\omega > n$ наблюдений для того, чтобы возможно было найти Σ^{-1} и $\omega/n \gg 1$ для того, чтобы матрица Σ была хорошо обусловленной.

⁹ Мы провели значительное время, испытывая различные значения δ , и сделали вывод о том, что алгоритм сравнительно слабо чувствителен к данному параметру, рекомендуемый диапазон значений $\delta \in [5, 100]$. В приложении предлагается наглядный материал чувствительности алгоритма к δ .

¹⁰ В работе (Wong, и др., 2009) предлагается упростить $\Delta_t = N \log \hat{\sigma} - n_L \log \hat{\sigma}_L - n_R \log \hat{\sigma}_R + \frac{1}{2} \geq 0$,

где n_L – длина левой части, n_R – длина правой части, что приводит к существенному ускорению расчетов.

Значение Δ_τ рассчитывается для всех $\tau \in \{\omega, \omega + 1, \dots, N - \omega\}$ и определяется $\tau_{max} : \Delta_{\tau_{max}} = \max(\Delta_\tau)$ – первая переходная точка. Далее приведенный алгоритм последовательно применяется для сегментирования правой и левой подпоследовательностей S_1 и S_2 до тех пор, пока не будут удовлетворены $\forall i: (\forall \tau \in S_i: \Delta_\tau < \delta$ или $len(S_i) < 2\omega$). Второе условие указывает на то, что подпоследовательность не может быть сегментирована, если попытка сегментирования приведет к тому, что одна из новых подпоследовательностей окажется короче допустимого значения ω .

Для того, чтобы избежать проблемы чувствительности сегментирования к локальному контексту, на которую указывают работы (Wong, et al., 2009) и (Cheong, et al., 2009), после остановки алгоритма последовательно склеиваются тройки прилегающих сегментов и сегментирование повторяется¹¹.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ

Для того, чтобы использовать предложенный в предыдущем разделе алгоритм для сегментирования наблюдений, поступающих непрерывно, возможно следовать подходу, адаптированному из работы (Pazzani, 2002):

- 1) Доступные наблюдения сегментируются согласно алгоритму.
- 2) Формируется буфер из 5-6 крайних правых сегментов. Их сегментирование может измениться по мере поступления новой информации, остальные сегменты считаются сформированными окончательно.
- 3) Новое наблюдение X_{N+1} присваивается крайнему правому сегменту S_i .
- 4) Проверяется размер буфера. Если он больше либо равен 5-6 средним длинам сегментов, то:
 - а. Если условие выполняется, то все сегменты буфера объединяются, проводится сегментирование, крайний левый сегмент считается сформированным окончательно и удаляется из буфера.
 - б. Если условие не выполняется, то алгоритм переходит к шагу 5.
- 5) Процесс ожидает поступления нового наблюдения X и переходит к шагу 3.

Ниже мы приведем сравнение модифицированного и классического подходов к сегментированию на практике.

РАСЧЕТНАЯ БАЗА

Настоящая работа рассматривает денежный рынок, прежде всего, с позиции денежного регулятора, который заинтересован в управлении стоимостью заимствования, снижении уровня неопределенности и воспринимаемого кредитного риска. Для тестирования выбран период с сентября 2010 г. по конец июля 2012 г. Этот период иллюстрирует утверждение о высокой изменчивости состояния денежного рынка, которая была выдвинута во введении. Так за период

¹¹ На практике количество таких итераций возможно ограничить 3-5, но в силу того, что продолжительность расчета достаточно мала по сравнению со скоростью поступления новых данных в расчетах ниже использовалось 15 итераций.

длинной в 500 дней рынок находился в состояниях структурного избытка и дефицита ликвидности, на фоне укрепления и ослабления рубля¹².

В качестве претендентов были рассмотрены следующие показатели и их комбинации:

1. Индикативная ставка RUONIA и ставки семейства MIACR,
2. Разница между уровнем ставки RUONIA и минимальной ставкой на аукционе репо с Банком России¹³,
3. Наименьшее из (2) и разницы между уровнем процентной ставки RUONIA и ставкой по депозитам в Банке России,
4. Оборот межбанковского рынка депозитов между банками с низким кредитным риском¹⁴,
5. Объем операций репо по фиксированной ставке с Банком России;
6. Разница между фактическими и оценочными значениями автономных факторов¹⁵;
7. MOSPRIME - ROISFIX спред;
8. MIACR - MIACR IG спред;
9. Прирост валютного курса.

Подготовленные данные были стандартизированы и на графике 1 приведены результаты сегментирования рядов. Изучение полученных наборов сегментов, приводит к выводу о том, что показателем, который лучше всего согласуется с априорными представлениями о последовательных переходах между качественными состояниями и уточняет его, является спред между RUONIA и минимальной ставкой на аукционе репо с Банком России (*RRS*). Ниже *RRS* используется для иллюстрации одномерной версии алгоритма. А в качестве материала для многомерной модификации *RRS* будет дополнен объемом сделок репо по фиксированной ставке. Вместе оба показателя позволяют получить представление об общем состоянии денежного рынка и подчеркнуть такие аспекты его функционирования, как неравномерное распределением залога в банковской системе, что приводит в частности к невысокой зависимости спроса на репо по фиксированной ставке и ставок денежного рынка.

ОДНОМЕРНЫЙ АЛГОРИТМ

Классический подход дает возможность получить сегментирование $\mathbb{S} = [S_1, S_2, \dots, S_{k+2}]$ целевого показателя, так что состояния денежного рынка в последовательных сегментах различны¹⁶. В то же время можно предположить, что среди выделенных сегментов возможно идентифицировать группы сегментов, которые соответствуют некому набору качественных состояний.

Учитывая предпосылку о нормальности локальных распределений, введенную в первой части, продолжим считать, что состояние рынка возможно обобщить оценками параметров распределения

¹² Сам по себе дефицит ликвидности, если он не приводит к острому росту воспринимаемого участниками кредитного риска, является нормальной ситуацией и необходимым условием для того, чтобы инструменты управления уровнями ставок могли бы использоваться эффективно.

¹³ Ставка на аукционе репо долгое время считалась верхней границей целевого коридора процентных ставок Банком России.

¹⁴ В данном случае использовались обороты по RUONIA, при их расчете происходит отсеивания нерыночных сделок.

¹⁵ Оценки таких отклонений были предоставлены Банком России. Этот не ряд не предоставляется по запросу.

¹⁶ Их расстояние Дженсена-Шеннона между этими распределениями как минимум δ .

для сегмента, тогда, помня о том, что показатели стандартизированы, возможно записать координаты K_i сегмента S_i как:

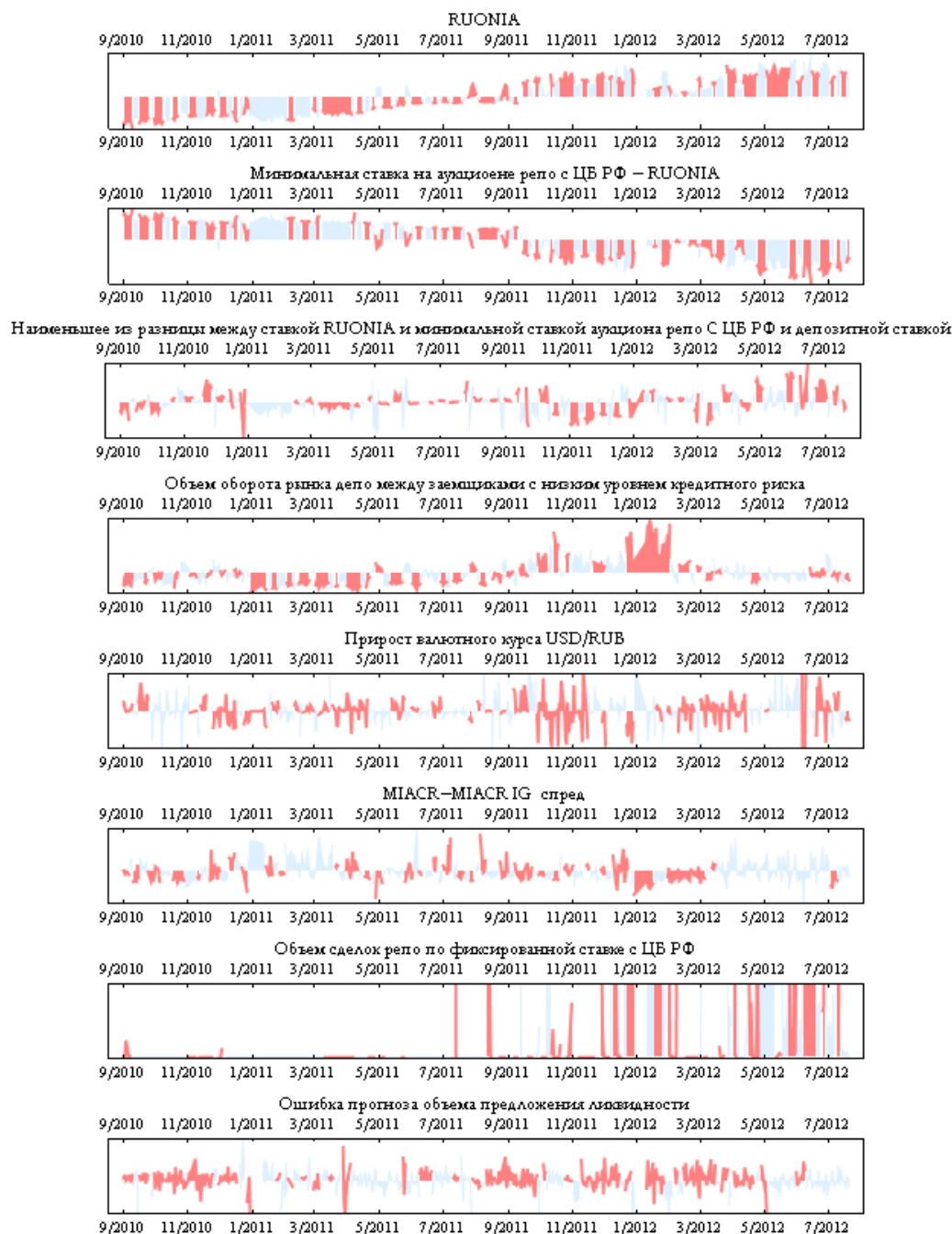
$$K_i = \{E(S_i), E(S_i^2)\}$$

Для того, чтобы определить класс, к которому принадлежит сегмент, и центры кластеров сегментов в пространстве параметров их распределений используется алгоритм k-средних. Для определения количества кластеров (то есть количества типичных состояний денежного рынка) используется «правило локтя» - эвристика, которая состоит в том, что следует выбрать такое количество кластеров, превышение которого не приводит к существенному увеличению качества кластеризации. В качестве индикатора такого качества кластеризации принято использовать сумму расстояний от членов кластеров до соответствующих им центров:

$$\sum_{i=1..c} \sum_{j=1..k_i} f(\mu_i, K_{i,j})$$

где $f(x_i, y_i) = \sqrt{(x_{i,1} - y_{i,1})^2 + (x_{i,2} - y_{i,2})^2}$ функция расстояния, например, μ_i – центр кластера i , k_i – количество наблюдений, относящихся к кластеру i ,

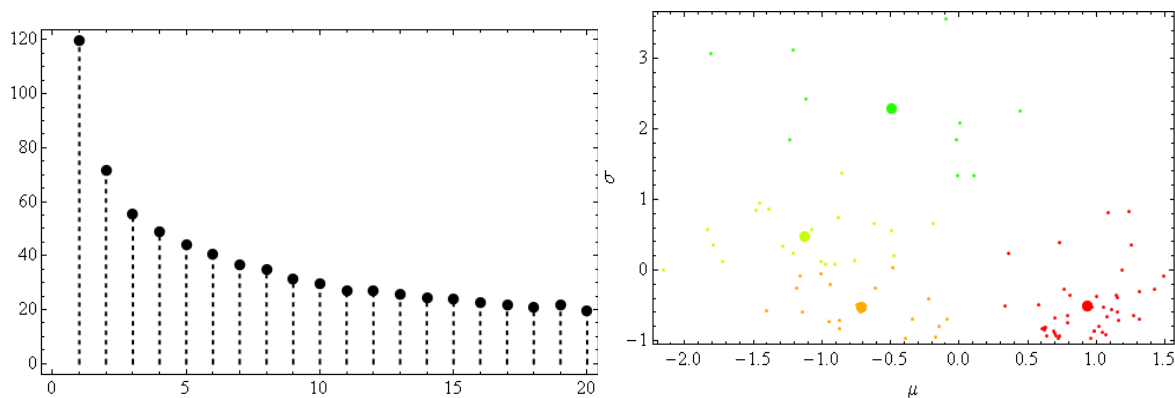
График 1. Результаты сегментирования одномерных показателей



Источник: расчеты автора, сайт Банка России (www.cbr.ru)

На графике 2а продемонстрирован расчет «правила локтя» для RSS . На наш взгляд качество кластеризации практически перестает изменяться при $c > 4$. График 2б иллюстрирует положение параметров отдельных сегментов вокруг центров кластеров их классов.

График 2. Кластеризация сегментов RSS .



А. Правила локтя для определения -количества кластеров

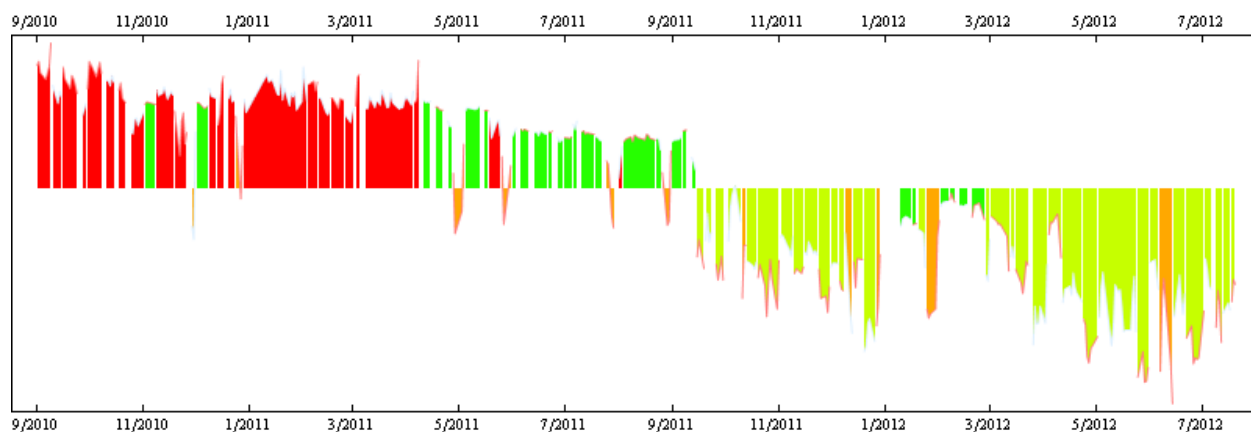
Б. Результаты кластеризации методом k —средних.

Замечания: Перед кластеризацией координаты K_i стандартизируются, этим объясняются отрицательные значения μ .

Источник: собственные расчеты.

Наконец на графике 3 приводится результат классификации сегментов. Очевидно, что такие макро-сегменты оказываются более крупными по сравнению с теми, которые были получены после предварительно сегментирования.

График 3. Выделение кластеров сегментов показателя RRS .



Источник: собственные расчеты, данные сайте Банка России (www.cbr.ru).

Изучение полученной кластеризации позволяет интерпретировать красный сегмент как период избытка ликвидности, зеленый — устойчивого уровня ликвидности, желтый — дефицита ликвидности, оранжевый — краткосрочные всплески в уровне ставок, для которых характерны высокие уровни волатильности. Алгоритм верно выделил многие ключевые особенности временного ряда: переход от профицита ликвидности к дефициту в середине сентября 2011 года, период низких ставок в первом квартале 2012 года и другие.

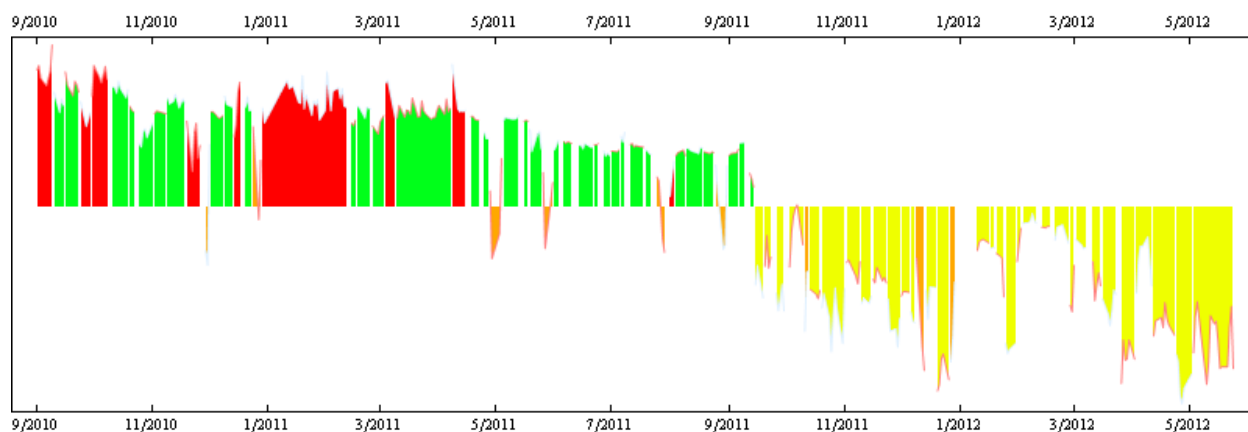
МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПОДХОД

Основное решение при использовании онлайн подхода состоит в выборе критерия для решения о формировании сегмента и удалении его из буфера. В качестве такого критерия выше предлагается использовать размер буфера, то есть количество наблюдений, что позволяет избавиться от неопределенности относительно того, когда данное событие произойдет. Исследователь может

предпочесть сумму квадратов отклонений от линейного тренда в буфере, которая используется в работе (Pazzani, 2002) и других.

Для получения сегментирования на графике в качестве критерия было использовано условие о минимальном размере буфера в 30 наблюдений. На графике 4 видно, что онлайн алгоритм дает возможность получать качественно близкие результаты к сегментированию с полным набором данных: точно идентифицирован переход к дефициту ликвидности и часть эпизодов крайне высоких ставок, однако, так же заметны эпизоды, которые, возможно, объединены не точно. Например, период позднего февраля 2012 года мог бы быть отнесен к периоду достаточной ликвидности.

График 4. Выделение кластеров сегментов показателя *RRS* онлайн



Источник: собственные расчеты, данные сайте Банка России (www.cbr.ru).

Более формальный подход к тестированию согласованности «действительной» и оценочной сегментаций ряда предлагается в работе (Beeferman, et al., 1999), однако его применение лежит за пределами данной работы¹⁷.

МНОГОМЕРНЫЙ ПОДХОД

В то время как модификация подхода для многомерных векторов состояния денежного рынка практически тривиальна, более интересной задачей является кластеризация многомерных распределений. Для кластеризации одномерных параметрических распределений логично использование расстояний между точками обозначенными параметрами распределения. Для кластеризации многомерных распределений такой способ не подходит.

В настоящей работе предлагается построить матрицу расстояний между распределениями на сегментах $\mathbb{D} \in \mathbb{R}^{k \times k}$ с элементами:

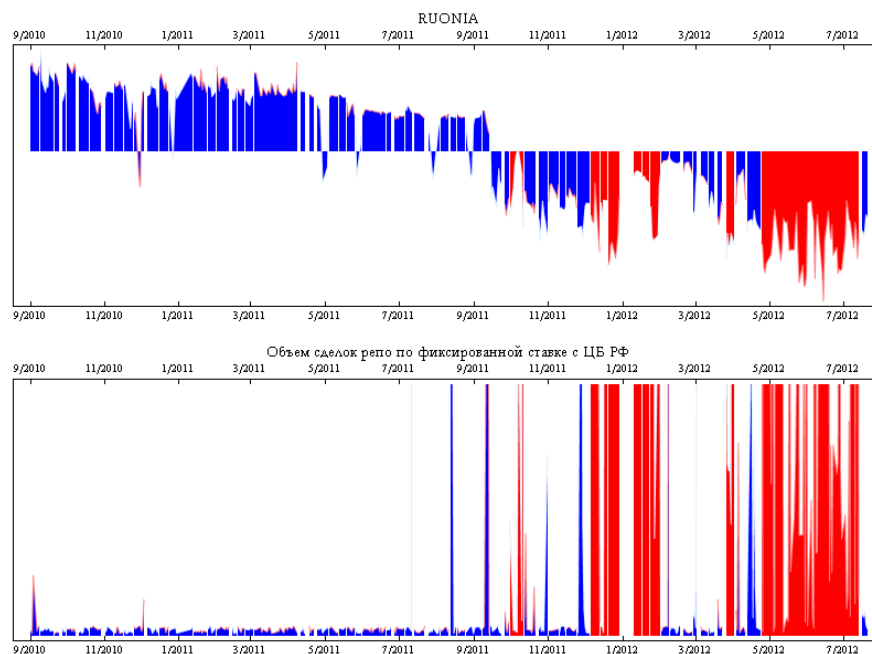
$$D_{i,j} = \int \left(f_i(X_i, \Sigma_i) - f_j(X_j, \Sigma_j) \right)^2 dX, i, j = 1, \dots, k, \text{ где } i, j - \text{номера сегментов.}$$

Исследователь может в данном случае использовать альтернативный подход и рассчитать матрицу расстояний Джессена-Шеннона или Махаланобиса. На основе матрицы \mathbb{D} производится

¹⁷ В том числе потому, что подход предполагает наличие некой «верной» сегментации, близость к которой оценивается. Подобной идеальной сегментации в нашем распоряжении нет, поскольку сегментирование классическим алгоритмом не может рассматриваться в качестве таковой.

иерархический кластерный анализ методом дальнего соседа. Результаты применения многомерного подхода к системе денежного рынка задаваемой парой координат {ставка RUONIA, объем операций репо по фиксированной ставке с Банком России} приведены на графике 5 ниже.

График 5. Выделение кластеров сегментов **RRS** и объем сделок репо по фиксированной ставке с Банком России



Источник: собственные расчеты, данные сайте Банка России (www.cbr.ru).

Полученное сегментирование предлагает выделить два типа периодов: стабильное состояние рынка и напряженное. Использование дополнительных данных об уровне спроса на репо по фиксированной ставке позволяет идентифицировать периоды, когда уровень ставок оставался на приемлемом уровне, но присутствовал спрос на репо по фиксированной ставке как в стабильные, так и в периоды, когда спрос на репо по фиксированной ставке был нулевым при высокой ставке беззалогового кредитования.

В результате, красным цветом на графике 5 отмечены лишь периоды, которые были идентифицированы как критические двумя условиями: высоким спросом на инструмент рефинансирования и высокой стоимостью беззалогового заимствования.

Результаты использования онлайн модификации многомерного подхода лежат за пределами данной статьи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе был предложен подход к идентификации однородных периодов функционирования денежного рынка, который позволяет точно и быстро определить переходные точки между состояниями системы. Так же была предложена многомерная версия алгоритма, предложенного в работе (Wong, и др., 2009) и его адаптация для работы с непрерывно поступающими наблюдениями, с учетом предложений сделанных в работе (Pazzani, 2002).

Применение разработанного подхода на практике позволяет утверждать, что выбор подходящего одномерного индикатора, характеризующего динамику интересующей исследователя системы, вместе с предложенным алгоритмом позволяют идентифицировать состояния системы, принимать решения о необходимой частоте обновления моделей системы и хранить представление об ее истории в сжатом виде. В качестве такого показателя для денежного рынка предлагается использовать спред между минимальной ставкой заимствования на аукционе однодневного репо с Банком России и индикативной ставкой RUONIA.

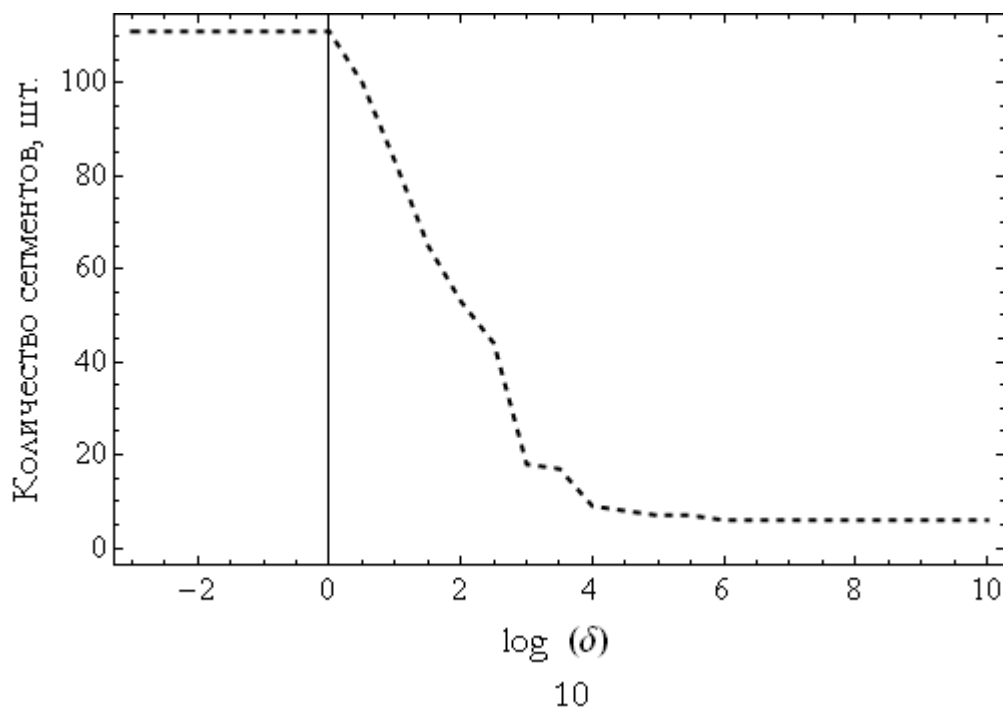
Несмотря на то, что многомерный подход требует, чтобы количество наблюдений значительно превышало размерность вектора n для оценки параметров, и поэтому даже при небольшом $n = 3$ требует более недели в качестве минимального размера сегмента. Построенный таким образом индикатор мог бы быть полезен для среднесрочного мониторинга состояния денежного рынка и позволил бы идентифицировать не только изменения в уровнях показателей и волатильности показателей, но и в структуре их ковариационной матрицы.

Предложенный подход оставляет исследователю большое количество степеней свободы для модификации алгоритмов, например, изменяя критерии остановки сегментирования и обработки буфера в случае онлайн версии подхода. В будущем планируется исследование свойств и режимов функционирования денежного рынка для определения подходов, которые бы позволяли в дополнение к классификации режимов получать краткосрочные и среднесрочные прогнозы переходов между ними.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ВЫБОР δ

Естественно, что по мере увеличения δ количество сегментов, которые идентифицирует алгоритм снижается. Для целей настоящего исследования использовалась $\delta = 6$, что позволяло выделить около 70 сегментов до кластеризации, как наглядно видно на графике, но качественно близкие результаты возможно получить используя δ от 5 до 100. Остается, однако, открытым вопрос связи параметра δ и количества кластеров, которые выделены на следующем шаге алгоритма правилом локтя.

Графика 6. Чувствительность алгоритма сегментирования к δ



Источник: собственные расчеты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Andrews D.W. K., Lee I. и Ploberger W.** Optimal changepoint tests for normal linear regression [Журнал]. - [б.м.] : Journal of Econometrics, 1996 г.. - 1 : Т. 70.
- Beeferman D., Berger A. и Lafferty J.** Statistical models for text segmentation [Журнал]. - [б.м.] : Machine Learning, 1999 г.. - 34.
- Berkes I. [и др.]** Sequential change-point detection in GARCH(p,q) models [Журнал]. - [б.м.] : Econometric Theory, 2004 г.. - 6 : Т. 20.
- Broemling L. D. и Tsurumi H.** Econometrics and Structural Change [Журнал]. - [б.м.] : Marcel Dekker, New York, 1987 г..
- Cheong S.-A. [и др.]** The Context Sensitivity Problem in Biological Sequence Segmentation [Журнал]. - Ithaca, NY : Cornell University, 2009 г..
- Choudhury K. R., Kasman I. и Plowman G. D.** Analysis of multi-arm tumor growth trials in xenograft animals using phase change adaptive piecewise quadratic models [Журнал]. - [б.м.] : Statistics in Medicine, 2010 г.. - 23 : Т. 29.
- Cohen Mark S.** Parametric Analysis of fMRI Data Using Linear Systems Methods [Журнал]. - Los Angeles, California : NeuroImage, Elsevier, 1997 г.. - 2 : Т. 6.

Li A., He S. и Qin Z. Real-Time Segmenting Time Series Data [Конференция] // APWeb. - Berlin : Springer-Verlag, 2003.

Lia Hailin, Guoa Chonghui и Qiub Wangren Similarity measure based on piecewiselinearapproximation and derivative dynamic time warping for time series mining [Журнал]. - [б.м.] : Expert Systems with Applications, 2011 г.. - 12 : Т. 38.

Mishra P. K., Vessilinov V. и Gupta H. On Simulation and Analysis of Variable-Rate Pumping Tests [Журнал]. - [б.м.] : Ground Water, 2012 г.. - 14 : Т. 50.

Pazzani Eamonn Keogh Selina Chu David Hart Michael Segmenting Time Series: A Survey and Novel Approach [Журнал]. - [б.м.] : Department of Information and Computer Science, 2002 г..

Poor H. V. and Hadjiliadis O. Quickest Detection [Book]. - Cambridge : Cambridge University Press, 2009.

Sacks E. Automatic qualitative analysis of dynamic systems using piecewiseline arapproximations [Журнал]. - Princeton, USA : Artificial Intelligence, 1990 г.. - 3 : Т. 41.

Tomek I. Two Algorithms for Piecewise-Linear Continuous Approximation of Functions of One Variable [Журнал]. - [б.м.] : IEEE Transactions on Computers, 1974 г.. - 4 : Т. 23.

Wang H., O'Brien J. F. и Ramamoorthi R. Data-driven elastic models for cloth: modeling and measurement [Конференция] // ACM SIGGRAPH 2011 papers. - New York : ACM, 2011.

Wolfram Research, Inc. Mathematica Edition: Version 8.0. - Champaign : Wolfram Research, Inc., 2011 г..

Wong J. C., Lian H. и Cheong S. A. Detecting macroeconomic phases in the Dow Jones Industrial Average time series [Журнал]. - [б.м.] : Physica A, 2009 г.. - 388.

Банк России Об определении лимитов по рыночным операциям Банка России по предоставлению (абсорбированию) ликвидности [В Интернете] // www.cbr.ru. - 2012 г..